

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой

МиКМ

проф. А.В. Ковалев

18.05.2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.27 Механика сплошной среды

**1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**

01.03.03 Механика и математическое моделирование

**2. Профиль подготовки:** Компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред

**3. Квалификация (степень) выпускника:** Бакалавр

**4. Форма образования:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Механики и компьютерного моделирования

**6. Составители программы:**

Спорыхин Анатолий Николаевич, доктор физ-мат. наук, профессор, факультет ПММ, кафедра МиКМ, [spor@amm.vsu.ru](mailto:spor@amm.vsu.ru)

Щеглова Юлия Дмитриевна, канд. физ-мат. наук, доцент, факультет ПММ, кафедра МиКМ, [scheglova@gmail.com](mailto:scheglova@gmail.com)

**7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ протокол №8 от 15.04.2022

**8. Учебный год:** 2023- 2024, 2024- 2025

**Семестр(-ы):** 4,5

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

-изучение фундаментальных понятий и законов механики сплошных сред, основных методов физического моделирования и их приложений к современным задачам.

Задачи учебной дисциплины:

- научить студентов владеть теоретическим материалом, уметь формулировать и доказывать основные классические и современные результаты механики сплошных сред, владеть навыками решения классических и современных прикладных задач.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** учебная дисциплина относится к обязательной части Блока 1. Для освоения дисциплины необходимы знания дисциплин: математический анализ, алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия и топология, теоретическая и прикладная механика. Освоение основных концепций и проблем механики сплошных сред позволит в дальнейшем достаточно свободно ориентироваться при изучении специальных разделов механики сплошных сред, включающих в себя теорию упругости, теорию пластичности, гидромеханику.

## 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач.	Знать: основы механики сплошной среды, принципы и методы построения математических моделей сплошной среды  Уметь: формулировать в проблемно-задачной форме нематематические типы знания  Владеть: системным подходом и математическими методами в формализации решения задач механики сплошных сред

ОПК-3	Способен использовать методы физического моделирования и современное экспериментальное оборудование в профессиональной деятельности	ОПК-3.1	Накапливает и систематизирует знания в области методов физического моделирования и современного экспериментального оборудования	<p>Знать: основные методы физического моделирования</p> <p>Уметь: использовать современное экспериментальное оборудование в профессиональной деятельности</p> <p>Владеть: методами физического и математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных физико-математических дисциплин, теории эксперимента и компьютерных наук</p>
-------	---	---------	---	--

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 8/288.**

**Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) экзамен**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			4	5
Аудиторные занятия		128	64	64
в том числе:	лекции	64	32	32
	практические	64	32	32
	лабораторные			
	курсовая работа			
	<i>др. виды (при наличии)</i>			
Самостоятельная работа		88	44	44
Форма промежуточной аттестации		72	36	36
Итого:		288	144	144

### 13.1. Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1. Лекции			
1	Введение.	Предмет и методы МСС. Основные гипотезы. Законы движения континуума. Способы описания движения по Лагранжу и Эйлеру. Понятие скорости и ускорения точек сплошной среды.	Механика сплошных сред <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a>
2	Кинематика деформируемой среды.	<p>Векторы базиса. Индивидуальные и местные производные по времени. Вектор-градиент. Установившиеся и неустановившиеся движения.</p> <p>Полиадные произведения векторов базиса. Определение тензора. Операции над тензорами.</p> <p>Ковариантные, контравариантные и смешанные компоненты тензора. Метрический тензор. Формулы преобразования тензоров.</p> <p>Тензоры деформаций. Геометрический смысл компонент тензоров деформаций. Связи главных компонент тензоров деформаций. Коэффициент кубического расширения.</p> <p>Вектор перемещения. Ковариантное дифференцирование компонент тензоров и векторов и его свойства.</p> <p>Символы Кристоффеля и их свойства. Тензоры деформаций Грина, Альманси, Коши. Формулы преобразования символов Кристоффеля. Условие евклидовости пространства.</p> <p>Тензор Римана-Кристоффеля. Свойства симметрии компонент тензора Римана-Кристоффеля.</p> <p>Уравнения совместности деформаций. Случай бесконечно малых деформаций - уравнения Сен-Венана.</p> <p>Свойства аффинных преобразований. Геометрическая картина преобразования малой частицы сплошной среды. Тензор скоростей деформаций.</p> <p>Бесконечно малое аффинное преобразование малой частицы сплошной среды. Кинематические истолкования компонент тензора скоростей деформаций.</p>	Механика сплошных сред <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a>

		<p>Вектор вихря и его кинематическое истолкование. Теорема Коши-Гельмгольца. Понятие дивергенции вектора скорости. Теорема Стокса. Потенциальные и вихревые движения.</p>	
3	<p>Динамические уравнения механики сплошных сред.</p>	<p>Теорема Гаусса-Остроградского. Уравнение неразрывности в переменных Лагранжа и Эйлера. Уравнение неразрывности для многокомпонентных сред. Понятие сил. Уравнение количества движения для конечного объема сплошной среды. Основное свойство внутренних напряжений. Уравнения движения сплошной среды в декартовой системе координат. Уравнения движения сплошной среды в произвольной системе координат. Момент количества движения конечного объема сплошной среды. Уравнение моментов количества движения в дифференциальной форме. Симметрия тензора напряжений в классическом случае.</p>	<p>Механика сплошных сред</p> <p><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a></p>
4	<p>Замкнутые системы уравнений для идеальных тел.</p>	<p>Уравнения движения идеальной жидкости. Замкнутые системы уравнений движения идеальной сжимаемой и несжимаемой жидкости. Упругие тела. Вязкие жидкости. Законы Гука и Навье-Стокса в произвольной криволинейной системе координат. Уравнения Навье-Стокса. Полная система уравнений движения несжимаемой вязкой жидкости. Уравнения Ламе. Идеальные классические тела. Метод составления реологических уравнений сложных сред. Тело Кельвина, Максвелла и т.д. Общие основы постановки конкретных задач. Типичные упрощения в постановках задач. Движение несжимаемой вязкой жидкости в цилиндрических трубах, течение Пуазеля. Плоское течение Куэтта. Турбулентные движения. Опыты Рейнольдса. Задачи об одноосном растяжении упругого бруса. Задача Ламе. Постановка задач теории упругости, уравнение Бельтрами-Мичелла. Плоское деформированное и плоское напряженное состояние. Полоса при</p>	<p>Механика сплошных сред</p> <p><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a></p>

		сжатии (растяжении).	
5	Основы теории пластичности и реологии.	<p>Теорема живых сил (закон сохранения энергии) для конечного объема и точки. Уравнение баланса механической энергии. Первое и второе начало термодинамики. Тензоры пластических, упругих и полных деформаций. Принцип минимума работы. Условия пластичности Треска и Мизеса. Поверхность текучести.</p> <p>Определение напряженно-деформированного состояния в полосе при сжатии.</p> <p>Статически определимые задачи (случай плоского напряженного состояния). Полные системы уравнений равновесия идеально-пластического тела в случае условия пластичности Мизеса. Построение определяющих соотношений для упруговязкопластических сред. Простейшие сложные среды, их модели. Полные системы уравнений. Соотношения теории малых упругопластических деформаций. Полные системы уравнений.</p>	<p>Механика сплошных сред</p> <p><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a></p>
2. Практические занятия			
1	Введение.	<p>Индексные обозначения, правило суммирования. Системы координат: наблюдателя (Эйлера) и сопутствующая (Лагранжа). Закон движения сплошной среды в форме Лагранжа. Скорость и ускорение частицы сплошной среды. Скорость и ускорение частицы сплошной среды в переменных Лагранжа. Переход от переменных Лагранжа к переменным Эйлера. Закон движения сплошной среды в форме Эйлера. Переход от переменных Эйлера к переменным Лагранжа. Вектор перемещения. Компоненты вектора перемещений в переменных Лагранжа и Эйлера.</p>	<p>Механика сплошных сред</p> <p><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a></p>
2	Кинематика деформируемой среды.	<p>Индивидуальная, локальная и конвективная производные. Вектор-градиент. Установившиеся и неустановившиеся движения. Ускорение частицы сплошной среды в переменных Эйлера в декартовой прямоугольной системе координат. Векторы основного базиса. Отличие декартовой и криволинейной систем координат. Ускорение частицы сплошной среды в переменных Эйлера в криволинейной</p>	<p>Механика сплошных сред</p> <p><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a></p>

	<p>системе координат. Символы Кристоффеля.</p> <p>Метрика пространства. Коэффициенты фундаментальной квадратичной формы.</p> <p>Прямоугольная и цилиндрическая системы координат в сравнении.</p> <p>Векторы взаимного базиса. Необходимость введения взаимного базиса. Условие для векторов взаимного базиса. Правило нахождения взаимного базиса. Взаимный базис в косоугольной декартовой системе координат. Взаимный базис в цилиндрической системе координат.</p> <p>Матрица скалярных произведений векторов взаимного базиса в криволинейной системе координат, в цилиндрической системе координат.</p> <p>Формула определения символов Кристоффеля. Вычисление символов Кристоффеля в цилиндрической системе координат.</p> <p>Контравариантные и ковариантные компоненты вектора. Связь между компонентами.</p> <p>Физические компоненты вектора. Необходимость физических компонент.</p> <p>Правило нахождения физических компонент вектора.</p> <p>Тензорные величины. Полиадные произведения базисных векторов.</p> <p>Ковариантные, контравариантные и смешанные компоненты тензора. Тензоры второго порядка (ранга). Операции над тензорами. Физические компоненты тензора второго ранга.</p> <p>Законы преобразования компонент тензоров. Ковариантное дифференцирование тензоров первого и второго ранга.</p> <p>Главные компоненты и главные направления тензора второго ранга.</p> <p>Тензорная поверхность. Инварианты тензора первого и второго ранга. Тензор девиатор и шаровой тензор тензора второго ранга.</p> <p>Фундаментальный метрический тензор. Деформированное состояние сплошной среды. Линейная и угловая деформация в точке сплошной среды.</p> <p>Выражение ковариантных компонент тензора деформаций через компоненты фундаментального метрического тензора.</p>	
--	---	--

		<p>Тензоры конечных деформаций. Тензор бесконечно малых деформаций. Геометрический смысл ковариантных компонент тензора бесконечно малых деформаций. Формулы связи линейной деформации в произвольном направлении и угловой деформации между двумя произвольными взаимно перпендикулярными направлениями с тензором деформаций. Градиент бесконечно малых перемещений в декартовой прямоугольной системе координат, тензор бесконечно малых деформаций и тензор бесконечно малого поворота. Соотношения Коши в декартовой прямоугольной системе координат. Соотношения Коши в цилиндрической системе координат в физических компонентах. Уравнения совместности бесконечно малых деформаций в прямоугольной декартовой системе координат. Тензор девиатор и шаровой тензор тензора бесконечно малых деформаций. Коэффициент кубического расширения. Условие несжимаемости деформируемой твердой среды. Тензор скоростей деформаций. Кинематическое истолкование компонент тензора скоростей деформаций. Скорость линейной деформации в произвольном направлении и скорость угловой деформации между двумя взаимно перпендикулярными направлениями. Градиент скоростей, тензор скоростей деформаций и тензор вихря. Связь между компонентами тензора скоростей деформаций и компонентами вектора скорости. Уравнения совместности скоростей деформаций. Тензор девиатор и шаровой тензор тензора скоростей деформаций. Скорость относительного изменения объема. Условие несжимаемости жидких и газообразных сред</p>	
	<p>Динамические уравнения механики сплошных сред.</p>	<p>Силы в механике сплошной среды. Внешние и внутренние силы. Метод сечения. Вектор напряжений на площадке с нормалью <math>\vec{n}</math>. Определение напряженного состояния в точке сплошной среды. Выражение вектора напряжений на площадке с нормалью <math>\vec{n}</math> через три вектора</p>	<p>Механика сплошных сред <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a></p>



		<p>напряжений на трех взаимно перпендикулярных площадках. Выражение вектора напряжений на площадке с нормалью <math>\vec{n}</math> через компоненты этих векторов. Тензор напряжений. Физическая интерпретация компонент тензора напряжений. Закон парности касательных напряжений (следствие уравнения моментов количества движения сплошной среды).</p> <p>Закон сохранения массы для сплошной среды. Уравнение неразрывности. Второй закон Ньютона для сплошной среды. Уравнения движения сплошной среды в декартовой и криволинейной системах координат.</p> <p>Уравнения равновесия с учетом и без учета массовых сил в декартовой прямоугольной системе координат.</p> <p>Уравнения равновесия без учета массовых сил в цилиндрической системе координат в физических компонентах. Физическая интерпретация тензора напряжений в цилиндрической системе координат. Функция напряжений.</p> <p>Главные компоненты тензора напряжений. Определение компонент тензора напряжений в декартовой системе координат через главные компоненты.</p> <p>Тензор девиатор и шаровой тензор тензора напряжений. Гидростатическое давление.</p> <p>Нормальное и касательное напряжение на произвольной площадке.</p> <p>Максимальное и минимальное касательное напряжение.</p> <p>Частные виды напряженного состояния.</p>	
	<p>Замкнутые системы уравнений для идеальных тел.</p>	<p>Постановка задач механики сплошной среды. Геометрические, физические и реологические уравнения.</p> <p>Граничные условия.</p> <p>Идеальная жидкость (газ). Гидростатика. Уравнение Бернулли.</p> <p>Линейная вязкая изотропная жидкость. Закон Навье-Стокса. Реологическое уравнение линейной вязкой изотропной жидкости. Уравнения Навье-Стокса.</p> <p>Замкнутые системы уравнений для линейной вязкой изотропной жидкости.</p> <p>Одномерное установившееся течение линейной вязкой изотропной однородной несжимаемой жидкости.</p>	<p>Механика сплошных сред</p> <p><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a></p>

		<p>Линейное упругое изотропное тело. Закон Гука. Уравнения Ламе.</p> <p>Плоская задача механики деформируемого твердого тела. Плоское напряженное состояние и плоская деформация.</p> <p>Задача Ламе.</p> <p>Одноосное растяжение упругого бруса.</p> <p>Принцип Сен-Венана</p> <p>Задача кручения призматических и цилиндрических стержней. Решение задачи кручения в напряжениях. Кручение упругого стержня эллиптического сечения.</p> <p>Решение задачи кручения в перемещениях. Кручение стержня кругового поперечного сечения.</p>	
	<p>Основы теории пластичности и реологии.</p>	<p>Пластическое деформирование материалов. Тензоры пластических, упругих и полных деформаций.</p> <p>Условия пластичности Треска и Мизеса.</p> <p>Поверхность текучести.</p> <p>Статически определимые задачи (случай плоского напряженного состояния).</p> <p>Полные системы уравнений равновесия идеально-пластического тела в случае условия пластичности Мизеса.</p> <p>Задача о кручении цилиндрического стержня из упругопластического материала без упрочнения.</p> <p>Полные системы уравнений для сложных сред.</p> <p>Соотношения теории малых упругопластических деформаций.</p> <p>Полные системы уравнений.</p>	<p>Механика сплошных сред</p> <p><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a></p>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Практическое	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Введение.	10	5		20	35
2.	Кинематика деформируемой среды.	12	17		17	42
3.	Динамические уравнения механики сплошных сред.	14	14		16	46
4.	Замкнутые системы уравнений для идеальных тел.	16	18		15	51
5.	Основы теории пластичности и реологии.	12	10		20	42
	Итого	64	64		88	216

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Изучение дисциплины «Механика сплошной среды» включает лекционные занятия, практические занятия и самостоятельную работу студентов. На первом занятии студентов знакомят с тематическим планом занятий, формой и критериями оценок текущих и промежуточной аттестаций, а также дают информацию по доступу к комплексу учебно-методических материалов.

На лекционных занятиях студенты знакомятся с базовыми понятиями и теоретическими основами курса, их логической взаимосвязью. Изучение тем начинается с лекций, которые составляют основу теоретической подготовки студентов. Лекции читаются с использованием технических средств обучения.

Практические занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП. Эти занятия включают краткое собеседование по теоретическому материалу, решение практических заданий и задания для домашней работы. Практические занятия учат четко формулировать мысль и вести дискуссию по изучаемой теме, позволяют развивать у студентов навыки решения стандартных заданий и творческое мышление для решения нестандартных заданий, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления. При подготовке к практическим занятиям необходимо повторить основные положения и понятия по теме занятия.

На самостоятельной работе студенты развивают и углубляют полученные знания. Самостоятельная работа включает умение изучать основную и дополнительную литературу, включая справочные издания, конспектировать основные положения, термины, сведения, требующие запоминания и являющиеся основополагающими в этой теме, выполнение индивидуальных заданий, с использованием анализа практических занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Краснобаев К.В. Лекции по основам механики сплошной среды. / К.В. Краснобаев. — М. :Физматлит, 2005. — 108с. URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=574777">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=574777</a>
2	Корабельников, Д. В. Практикум по основам механики сплошных сред : учебное пособие / Д. В. Корабельников, А. В. Ханефт. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. – 103 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=232408">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=232408</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Черняк, В. Г. Механика сплошных сред : учебное пособие / В. Г. Черняк, П. Е. Суетин. – Москва : Физматлит, 2006. – 352 с. – Режим доступа: по подписке.

	– URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=69276">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=69276</a>
4	Орлова, Н. Б. Сборник тестовых заданий по механике : учебное пособие / Н. Б. Орлова, И. Б. Формусатик ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 63 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=576447">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=576447</a>
5	Векторный и тензорный анализ: курс лекций : учебное пособие / авт.-сост. В. И. Волкова ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Северо-Кавказский федеральный университет. – Ставрополь : Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2018. – 138 с. : ил. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=562699">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=562699</a>
6	Решение неконсервативных задач теории устойчивости : учебное пособие / В. П. Радин, Ю. Н. Самогин, В. П. Чирков, А. В. Щугорев. – Москва : Физматлит, 2017. – 237 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=485332">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=485332</a>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7	Электронная библиотека ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a>
8	ЭБС Лань <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
9	ЭБС «Электронная библиотека технического ВУЗа» (ЭБС «Консультант студента») <a href="https://www.studentlibrary.ru/">https://www.studentlibrary.ru/</a>
10	Механика сплошных сред / А.Н. Спорыхин, Ю.Д. Щеглова — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281</a>

#### **16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)**

Самостоятельная работа включает выполнение домашних заданий, подготовку к контрольным работам и подготовку к промежуточной аттестации.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс «Механика сплошной среды» <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281>, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению заданий. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине.

#### **17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости):**

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная).

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Механика сплошных сред»

<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12281>, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

Также могут использоваться технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством сервисов по пересылке и получению электронных сообщений и сервис электронной почты для оперативной связи студентов и преподавателя.

#### **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Лекционная аудитория должна быть оборудована учебной мебелью, компьютером, мультимедийным оборудованием (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается переносное оборудование.

Учебная аудитория для практических занятий: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран).

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).

#### **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Введение.	ОПК-1	ОПК-1.2	Собеседование, практикоориентированные задания/домашние задания. Контрольная работа №1.
2.	Кинематика деформируемой среды.	ОПК-1	ОПК-1.2	Собеседование, практикоориентированные задания/домашние задания. Контрольная работа №2.
3.	Динамические уравнения механики сплошных сред.	ОПК-3	ОПК-3.1	Собеседование, практикоориентированные задания/домашние задания. Контрольная работа №3.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
4.	Замкнутые системы уравнений для идеальных тел.	ОПК-3	ОПК-3.1	Собеседование, практикоориентированные задания/домашние задания. Контрольная работа №4.
5.	Основы теории пластичности и реологии.	ОПК-1 ОПК-3	ОПК-1.2 ОПК-3.1	Собеседование
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				Перечень вопросов

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Практикоориентированные задания/домашние задания

*(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)*

Перечень заданий из задачников и пособий из п.15

**Описание технологии проведения.** Проводится контроль путем проверки выполненных упражнений

#### Шкалы и критерии оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи.
Хорошо	Правильное решение задачи, но есть некоторые ошибки.
Удовлетворительно	Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.
Неудовлетворительно	Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.

Собеседование по теоретическому материалу темы занятия

*(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)*

Перечень тем и вопросов из лекционных занятий, а также из источников из п.15.

**Описание технологии проведения.** Проводится контроль знания теоретического материала путем выборочного устного опроса

#### Шкалы и критерии оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильный и полный ответ на вопрос
Хорошо	Правильный, но неполный ответ на вопрос
Удовлетворительно	Приблизительный ответ на вопрос
Неудовлетворительно	Отсутствие ответа на вопрос или неправильный ответ на

## Контрольная работа №1

## Содержание контрольной работы

Номер задания	Содержание задания
1	Дан закон движения сплошной среды в переменных Лагранжа в декартовой прямоугольной системе координат.
1.1	Определить скорость и ускорение частиц сплошной среды в переменных Лагранжа
1.2	Найти закон движения сплошной среды в переменных Эйлера
1.3	В какой точке пространства в заданный момент времени $t_2$ будет находиться частица, если в момент времени $t_1$ она находилась в точке с координатами $(a, b, c)$ / Какую скорость будет иметь частица в заданный момент времени $t_2$ , если в момент времени $t_1$ она находилась в точке с координатами $(a, b, c)$
1.4	Записать компоненты вектора перемещений в переменных Лагранжа и в переменных Эйлера.
2	В декартовой системе координат задано поле скорости в переменных Эйлера. Найти закон движения в форме Лагранжа, считая, что в начальный момент времени пространственная и сопутствующая системы координат совпадают.

## Контрольная работа №2

## Содержание контрольной работы

Номер задания	Содержание задания
1	Найти скорость изменения скалярной функции (температура / плотность / давление) индивидуальной частицы сплошной среды, которая в заданный момент времени находится в точке пространства с координатами $(a, b, c)$ . Движение среды происходит с заданным полем скорости. Поле скорости и скалярная функция заданы в переменных Эйлера.
2	Для заданного поля скорости в переменных Эйлера в декартовой прямоугольной системе координат определить поле ускорений
3	В цилиндрической системе координат в определенной точке заданы компоненты тензора второго порядка (ковариантные / контравариантные / смешанные) найти компоненты этого тензора (контравариантные / ковариантные / смешанные). Найти физические компоненты исходного тензора
4	В декартовой / цилиндрической системе координат задан тензор второго ранга, найти закон преобразования его компонент при переходе к цилиндрической / декартовой системе координат
5	В цилиндрической системе координат задан тензор своими компонентами (ковариантными / контравариантными /

	смешанными) найти ковариантные производные
--	--

### Контрольная работа №3

#### Содержание контрольной работы

Номер задания	Содержание задания
1	Для заданного поля перемещений в декартовой прямоугольной системе координат найти
1.1	Тензор бесконечно малых деформаций
1.2	Тензор бесконечно малого поворота
1.3	Коэффициент кубического расширения
1.4	Тензор девиатор и шаровой тензор тензора бесконечно малых деформаций
2	Для заданного поля скорости в декартовой прямоугольной системе координат
2.1	Найти тензор скоростей деформаций
2.2	Для какого набора значений параметров среда будет несжимаемой
3	Проверить, является ли заданный тензор второго порядка тензором бесконечно малых деформаций

### Контрольная работа №4

#### Содержание контрольной работы

Номер задания	Содержание задания
1	В точке сплошной среды в декартовой прямоугольной системе координат задан тензор напряжений
1.1	Чему равно максимальное нормальное напряжение и минимальное касательное напряжение
1.2	Найти вектор напряжений на площадке с заданной единичной нормалью
1.3	Найти нормальное и касательное напряжение на этой площадке
2	Тензор напряжений в декартовой прямоугольной системе координат задан матрицей. Какими должны быть массовые силы, чтобы среда с заданной плотностью находилась в равновесии
3	Для заданного частного вида напряженного состояния, заданного в ДПСК, найти главные компоненты и главные направления. Найти инварианты тензора напряжений. Найти компоненты исходного тензора через главные компоненты.

**Описание технологии проведения.** Проводится контроль путем проверки выполненных заданий

#### Шкалы и критерии оценивания

Для оценивания выполнения одного задания используется балльная шкала

Баллы	Критерии оценок
-------	-----------------



5	Правильное решение задачи.
4	Правильное решение задачи, но есть некоторые ошибки.
3	Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.
2	Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.

Итоговое количество баллов подсчитывается как среднее арифметическое баллов, выставленных за отдельные задания. Итоговая оценка выставляется по шкале

Оценка	Критерии оценок
Отлично	4,6 – 5
Хорошо	3,8 – 4,5
Удовлетворительно	2,7 – 3,7
Неудовлетворительно	2 – 2,6

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

### Собеседование по экзаменационным билетам

*(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)*

Вопросы к экзамену:

1. Предмет и методы МСС. Основные гипотезы. Закон движения континуума. Способы описания движения по Лагранжу и Эйлеру. Понятие скорости и ускорения точек сплошной среды.
2. Векторы базиса. Индивидуальная и местная производная по времени. Вектор-градиент. Установившееся и неуставившееся движения.
3. Полиадные произведения векторов базиса. Определение тензора. Операции над тензорами.
4. Ковариантные, контравариантные и смешанные компоненты тензора. Метрический тензор. Формула преобразования тензоров. Инварианты тензора.
5. Тензоры деформации. Геометрический смысл компонент тензоров деформации. Связь главных компонент тензоров деформации. Коэффициент кубического расширения.
6. Вектор перемещения. Ковариантное дифференцирование компонент векторов и тензоров и его свойства.
7. Символы Кристоффеля и его свойства. Тензоры деформации Грина, Альманси, Коши.
8. Формулы преобразования символов Кристоффеля. Условие евклидовости пространства.

9. Тензор Римана - Кристоффеля. Свойства симметрии компонент тензора Римана - Кристоффеля.
10. Уравнения совместности деформации. Случай бесконечно малых деформаций - уравнение Сен-Венана.
11. Свойства аффинных преобразований. Геометрическая картина преобразования малой частицы сплошной среды. Тензор скоростей деформации.
12. Кинематическое истолкование компонент тензора скоростей деформации. Вектор вихря и его кинематический смысл.
13. Теорема Коши-Гельмгольца. Понятие дивергенции вектора скорости. Теорема Стокса (без доказательства). Потенциальные и вихревые движения (понятия). Теорема Гаусса - Остроградского (без доказательства).
14. Уравнения неразрывности в переменных Лагранжа и Эйлера. Уравнения неразрывности для многокомпонентных сред.
15. Понятие сил. Уравнения количества движения для конечного объема сплошной среды. Основное свойство внутренних напряжений.
16. Уравнения движения сплошной среды в декартовой системе координат; в произвольной системе координат.
17. Тензор напряжений. Геометрическая интерпретация. Условия на поверхности.
18. Момент количества движения конечного объема сплошной среды. Уравнения моментов количества движения в дифференциальной форме. Симметрия тензора напряжения в классическом случае. О полноте систем уравнений (универсальные уравнения для любой сплошной среды).
19. Уравнения движения идеальной жидкости (газа) в декартовой системе координат, уравнение Эйлера. Полные системы уравнений для идеальной сжимаемой, несжимаемой жидкости (газа).
20. Упругие тела. Вязкие жидкости. Законы Гука и Навье-Стокса. Свойства изотропной и анизотропной среды
21. Законы Гука и Навье-Стокса в главных осях тензора напряжений и деформаций. Законы Гука и Навье-Стокса в произвольной криволинейной системе координат.
22. Уравнения Навье-Стокса. Полная система уравнений движения несжимаемой вязкой жидкости. Уравнения Ламе.
23. Идеальные классические тела. Метод составления реологических уравнений сложных сред. Тело Фойгта (Кельвина), Максвелла, Пойтинга.
24. Общие основы постановки конкретных задач. Типичные упрощения в постановках задач. Движение несжимаемой вязкой жидкости в цилиндрических трубах. Течение Пуазейля. Плоское течение Куэтта.

25. Турбулентные движения. Опыты Рейнольдса. Одноосное растяжение упругого бруса. Задача Ламе.
26. Постановка задач теории упругости. Уравнение Бельтрами - Митчелла.
27. Плоское деформирование и плоское напряженное состояния. Полоса при растяжении (сжатии).
28. Теорема живых сил (закон сохранения энергии) - для конечного объема и точки. (Уравнение баланса механической энергии). Первое, второе начала термодинамики, понятие энтропии. (Самостоятельно)
29. Тензоры пластических, упругих и полных деформаций. Принцип минимума работы.
30. Условия пластичности Треска и Мизеса. Поверхность текучести. Статически определимые задачи.
31. Полные системы уравнений равновесия идеально пластического тела при условии пластичности Мизеса.
32. Простейшие сложные среды, их модели. Полные системы уравнений равновесия для упруговязкопластических упрочняющихся сред (EVPe).
33. Соотношения теории малых упругопластических деформаций. Полная система уравнений.
34. Определение напряженно-деформированного состояния сферической оболочки при равномерной нагрузке.

**Описание технологии проведения.** Экзамен проводится в форме собеседования на основе КИМов, составленных из вопросов для подготовки к экзамену. В КИМе два вопроса

#### **Шкалы и критерии оценивания**

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Полные и точные ответы на 2 вопроса экзаменационного билета; свободное владение основными терминами и понятиями курса; последовательное и логичное изложение материала курса; законченные выводы и обобщения по теме вопросов; исчерпывающие ответы на вопросы при сдаче экзамена
Хорошо	Полные и точные ответы на 2 вопроса экзаменационного билета; знание основных терминов и понятий курса; последовательное изложение материала курса; умение формулировать некоторые обобщения по теме вопросов; достаточно полные ответы на вопросы при сдаче экзамена
Удовлетворительно	Полный и точный ответ на 1 вопрос экзаменационного билета; удовлетворительное знание основных терминов и понятий курса; удовлетворительное знание и владение

	методами и средствами решения задач; недостаточно последовательное изложение материала курса; умение формулировать отдельные выводы и обобщения по теме вопросов
Неудовлетворительно	Полный и точный ответ на 1 вопрос экзаменационного билета и менее, слабое знание основных терминов и понятий курса.

**20.3 Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**

### ОПК-1

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Гипотеза сплошности позволяет

А) Рассчитать время деформирования сплошной среды

Б) Рассмотреть перемещение сплошной среды в пространстве

**В) Использовать аппарат дифференциального и интегрального вычислений**

2. Как ведет себя сплошная среда по отношению к сопутствующей системе координат

А) Двигается равномерно и прямолинейно

**Б) Покоится**

В) Вращается с постоянной угловой скоростью

3. По каким формулам вычисляются компоненты ускорения частицы сплошной среды в переменных Эйлера в декартовой прямоугольной системе координат

**А)**

$$a^i = \frac{\partial v^i}{\partial t} + v^k \frac{\partial v^i}{\partial x^k}$$

Б)

$$a^k = \frac{\partial v^k}{\partial t} \Big|_{\xi = \text{const}}$$

В)

$$a^i = \frac{\partial v^i}{\partial t} + v^k \nabla_k v^i$$

4. Геометрический смысл ковариантных компонент тензора бесконечно малых деформаций

**А)** Компоненты с одинаковыми индексами  $\varepsilon_{ii}$  совпадают с коэффициентами относительных удлинений вдоль декартовых осей координат начального состояния; компоненты с различными индексами  $\varepsilon_{ij}$  (при  $i \neq j$ ) с точностью до  $1/2$  совпадают с углами скашивания первоначально прямых координатных углов

Б) Компоненты с одинаковыми индексами  $\varepsilon_{ii}$  совпадают с линейными относительными удлинениями вдоль выбранного направления; компоненты с различными индексами  $\varepsilon_{ij}$  (при  $i \neq j$ ) совпадают с углами скашивания между двумя заданными взаимно перпендикулярными направлениями

5. Какие соотношения связывают компоненты тензора бесконечно малых деформаций с компонентами вектора перемещений

- А) Соотношения Грина
- Б) Соотношения Коши**
- В) Соотношения Альманси

6. Какие соотношения связывают компоненты тензора скоростей деформаций с компонентами вектора скорости в декартовой прямоугольной системе координат

А)

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right)$$

Б)

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right)$$

В)

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right)$$

7. Скорость относительного изменения объема частицы сплошной среды вычисляется по формуле

А)

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x^1} + \frac{\partial v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial v_3}{\partial x^3}$$

Б)

$$\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$$

В)

$$e = v_{11} + v_{22} + v_{33}$$

8. Как называются компоненты тензора напряжений

А) Компоненты с одинаковыми индексами  $p_{ii}$  называются главными напряжениями на площадке с нормалью  $i$ , компоненты с различными индексами  $p_{ij}$  называются второстепенными напряжениями на площадке с нормалью  $i$ .

Б) Компоненты с одинаковыми индексами  $p_{ii}$  называются нормальными напряжениями на площадке с нормалью  $i$ , компоненты с различными индексами  $p_{ij}$  называются касательными напряжениями на площадке с нормалью  $i$ .

9. Как выглядит матрица тензора напряжений в главных осях

- А) Верхняя треугольная матрица
- Б) Нижняя треугольная матрица
- В) Диагональная матрица**

10. Следствием какого закона является уравнение неразрывности

- А) Второго закона Ньютона
- Б) Закона всемирного тяготения

**В) Закона сохранения массы**

11. Из какого уравнения следует симметричность тензора напряжений в классическом случае

А)

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \bar{F} + \frac{\partial \bar{p}^i}{\partial x^i}$$

Б)

$$\frac{d}{dt} \int_V (\bar{r} \times \bar{v}) \rho d\tau = \int_V (\bar{r} \times \bar{F}) \rho d\tau + \int_{\Sigma} (\bar{r} \times \bar{p}_n) d\sigma$$

В)

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{v} = 0$$

12. К какой группе уравнений, описывающих состояние сплошной среды, принадлежит уравнение  $p_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda_1 I_1 (e_{ij}) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$

А) Кинематические уравнения

Б) Физические уравнения

**В) Реологические уравнения**

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Движение с точки зрения Эйлера считается известным, если известно...

Ответ. Поле скоростей в переменных Эйлера

2. Как называется движение сплошной среды, при котором локальные производные по времени от функций, описывающих движение сплошной среды, равны нулю?

Ответ. Такое движение сплошной среды называют стационарным или установившимся

3. Выражения  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\hat{g}_{ij} - g_{ij}^0)$  связывают ковариантные компоненты тензора

деформаций с компонентами тензора  $g_{ij}$  в актуальном и начальном состояниях. Как называется тензор  $g_{ij}$ ?

Ответ. Фундаментальный метрический тензор

4. Какие деформации описывают шаровой тензор тензора бесконечно малых деформаций и тензор девиатор тензора бесконечно малых деформаций?

Ответ. Шаровой тензор описывает изменение объема без изменения формы, тензор девиатор описывает изменение формы без изменения объема.

5. В чем заключается механический смысл первого инварианта тензора бесконечно малых деформаций?

Ответ. Первый инвариант тензора бесконечно малых деформаций – это коэффициент кубического расширения

6. Как называется соотношение  $\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0$ ?

Ответ. Условие несжимаемости

7. Как называются следующие уравнения

$$\frac{\partial p_{11}}{\partial x} + \frac{\partial p_{12}}{\partial y} + \frac{\partial p_{13}}{\partial z} + \rho F_1 = 0$$

$$\frac{\partial p_{12}}{\partial x} + \frac{\partial p_{22}}{\partial y} + \frac{\partial p_{23}}{\partial z} + \rho F_2 = 0$$

$$\frac{\partial p_{13}}{\partial x} + \frac{\partial p_{23}}{\partial y} + \frac{\partial p_{33}}{\partial z} + \rho F_3 = 0$$

Ответ. Уравнения равновесия с учетом массовых сил

8. Что представляют собой следующие соотношения

$$p_{11}n_1 + p_{12}n_2 + p_{13}n_3 = P_{n1}$$

$$p_{12}n_1 + p_{22}n_2 + p_{23}n_3 = P_{n2}$$

$$p_{13}n_1 + p_{23}n_2 + p_{33}n_3 = P_{n3}$$

Ответ. Это выражение вектора напряжений на площадке с нормалью  $\vec{n}$  через компоненты тензора напряжений или граничные условия в напряжениях.

9. Какие группы уравнений включает математическая постановка задачи механики сплошной среды?

Ответ. Кинематические уравнения, физические уравнения и реологические уравнения.

10. Как называется сплошная среда, реологическое уравнение которой имеет вид  $p_{ij} = -p\delta_{ij}$ ?

Ответ. Идеальная жидкость

11. Движение какой сплошной среды описывают уравнения Навье-Стокса?

Ответ. Уравнения Навье-Стокса описывают движение линейной вязкой изотропной жидкости.

12. Каким законом описывается модель линейного упругого изотропного тела.

Ответ. Законом Гука.

### ОПК-3

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Гипотеза сплошности позволяет

А) Рассчитать время деформирования сплошной среды

Б) Рассмотреть перемещение сплошной среды в пространстве

В) Использовать аппарат дифференциального и интегрального вычислений

2. Как ведет себя сплошная среда по отношению к сопутствующей системе координат

А) Двигается равномерно и прямолинейно

Б) Покоится

В) Вращается с постоянной угловой скоростью

3. По каким формулам вычисляются компоненты ускорения частицы сплошной среды в переменных Эйлера в декартовой прямоугольной системе координат

А) 
$$a^i = \frac{\partial v^i}{\partial t} + v^k \frac{\partial v^i}{\partial x^k}$$

$$\text{Б) } a^k = \left. \frac{\partial v^k}{\partial t} \right|_{\xi = \text{const}}$$

$$\text{В) } a^i = \frac{\partial v^i}{\partial t} + v^k \nabla_k v^i$$

4. Геометрический смысл ковариантных компонент тензора бесконечно малых деформаций

**А)** Компоненты с одинаковыми индексами  $\varepsilon_{ii}$  совпадают с коэффициентами относительных удлинений вдоль декартовых осей координат начального состояния; компоненты с различными индексами  $\varepsilon_{ij}$  (при  $i \neq j$ ) с точностью до  $\frac{1}{2}$  совпадают с углами скашивания первоначально прямых координатных углов

**Б)** Компоненты с одинаковыми индексами  $\varepsilon_{ii}$  совпадают с линейными относительными удлинениями вдоль выбранного направления; компоненты с различными индексами  $\varepsilon_{ij}$  (при  $i \neq j$ ) совпадают с углами скашивания между двумя заданными взаимно перпендикулярными направлениями

5. Какие соотношения связывают компоненты тензора бесконечно малых деформаций с компонентами вектора перемещений

**А)** Соотношения Грина

**Б)** Соотношения Коши

**В)** Соотношения Альманси

6. Какие соотношения связывают компоненты тензора скоростей деформаций с компонентами вектора скорости в декартовой прямоугольной системе координат

$$\text{А) } e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right)$$

$$\text{Б) } e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right)$$

$$\text{В) } e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right)$$

7. Скорость относительного изменения объема частицы сплошной среды вычисляется по формуле

$$\text{А) } \text{div } \bar{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x^1} + \frac{\partial v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial v_3}{\partial x^3}$$

$$\text{Б) } \theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$$

$$\text{В) } e = v_{11} + v_{22} + v_{33}$$

8. Как называются компоненты тензора напряжений

**А)** Компоненты с одинаковыми индексами  $p_{ii}$  называются главными напряжениями на площадке с нормалью  $i$ , компоненты с различными индексами  $p_{ij}$  называются второстепенными напряжениями на площадке с нормалью  $i$ .

**Б)** Компоненты с одинаковыми индексами  $p_{ii}$  называются нормальными напряжениями на площадке с нормалью  $i$ , компоненты с различными индексами  $p_{ij}$  называются касательными напряжениями на площадке с нормалью  $i$ .

9. Как выглядит матрица тензора напряжений в главных осях

**А)** Верхняя треугольная матрица



Б) Нижняя треугольная матрица

**В) Диагональная матрица**

10. Следствием какого закона является уравнение неразрывности

А) Второго закона Ньютона

Б) Закона всемирного тяготения

**В) Закона сохранения массы**

11. Из какого уравнения следует симметричность тензора напряжений в классическом случае

А) 
$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \bar{F} + \frac{\partial p^i}{\partial x^i}$$

**Б) 
$$\frac{d}{dt} \int_V (\bar{r} \times \bar{v}) \rho d\tau = \int_V (\bar{r} \times \bar{F}) \rho d\tau + \int_{\Sigma} (\bar{r} \times \bar{p}_n) d\sigma$$**

В) 
$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{v} = 0$$

12. К какой группе уравнений, описывающих состояние сплошной среды, принадлежит уравнение  $p_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda_1 I_1 (e_{ij}) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$

А) Кинематические уравнения

Б) Физические уравнения

**В) Реологические уравнения**

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Движение с точки зрения Эйлера считается известным, если известно...

Ответ. Поле скоростей в переменных Эйлера

2. Как называется движение сплошной среды, при котором локальные производные по времени от функций, описывающих движение сплошной среды, равны нулю?

Ответ. Такое движение сплошной среды называют стационарным или установившимся

3. Выражения  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\hat{g}_{ij} - g_{ij}^o)$  связывают ковариантные компоненты тензора

деформаций с компонентами тензора  $g_{ij}$  в актуальном и начальном состояниях. Как называется тензор  $g_{ij}$ ?

Ответ. Фундаментальный метрический тензор

4. Какие деформации описывают шаровой тензор тензора бесконечно малых деформаций и тензор девиатор тензора бесконечно малых деформаций?

Ответ. Шаровой тензор описывает изменение объема без изменения формы, тензор девиатор описывает изменение формы без изменения объема.

5. В чем заключается механический смысл первого инварианта тензора бесконечно малых деформаций?

Ответ. Первый инвариант тензора бесконечно малых деформаций – это коэффициент кубического расширения

6. Как называется соотношение  $\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0$ ?

Ответ. Условие несжимаемости

7. Как называются следующие уравнения

$$\frac{\partial p_{11}}{\partial x} + \frac{\partial p_{12}}{\partial y} + \frac{\partial p_{13}}{\partial z} + \rho F_1 = 0$$

$$\frac{\partial p_{12}}{\partial x} + \frac{\partial p_{22}}{\partial y} + \frac{\partial p_{23}}{\partial z} + \rho F_2 = 0$$

$$\frac{\partial p_{13}}{\partial x} + \frac{\partial p_{23}}{\partial y} + \frac{\partial p_{33}}{\partial z} + \rho F_3 = 0$$

Ответ. Уравнения равновесия с учетом массовых сил  
8. Что представляют собой следующие соотношения

$$p_{11}n_1 + p_{12}n_2 + p_{13}n_3 = p_{n1}$$

$$p_{12}n_1 + p_{22}n_2 + p_{23}n_3 = p_{n2}$$

$$p_{13}n_1 + p_{23}n_2 + p_{33}n_3 = p_{n3}$$

Ответ. Это выражение вектора напряжений на площадке с нормалью  $\vec{n}$  через компоненты тензора напряжений или граничные условия в напряжениях.

9. Какие группы уравнений включает математическая постановка задачи механики сплошной среды?

Ответ. Кинематические уравнения, физические уравнения и реологические уравнения.

10. Как называется сплошная среда, реологическое уравнение которой имеет вид

$$p_{ij} = -p\delta_{ij}?$$

Ответ. Идеальная жидкость

### Критерии и шкалы оценивания:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

#### 1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ, в том числе частично.

#### 2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

- 5 баллов – задание выполнено верно;
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки;
- 0 баллов – задание не выполнено или выполнено неверно.